matrix BH 方程式系について

早大・理工　原　田　　等

matrix Burgers-Hopf (mBH) 方程式系の多成分佐藤理論による解析を行う。mBH 方程式系は，r 成分の佐藤方程式 [1]：

$$W,{}_{t_n^{(i)}} = -(W\partial_x^n E_{ii} W^{-1})_- W, \tag{1}$$

$$;\ 0 \leq i < r, \quad n \geq 1$$

において，$W = 1 - w\partial_x^{-1}$ とおいて得られ，$w = \psi_x \psi^{-1}$ とすれば，線型化され，

$$\psi,{}_{t_n^{(i)}} = E_{ii}\psi_{nx}, \tag{2}$$

となる。ここで，w，ψ は $r \times r$ 行列，E_{ii} は行列単位である。簡単のため，$r = 2$ の場合を取り扱う。$n = 2$ で(1)式は，

$$w,{}_{t_n^{(i)}} = E_{ii}(w_{xx} + 2w_x w) + [E_{ii}, w](w_x + w^2)$$

となる。佐藤方程式(1)の一般解より，mBH方程式系に対し，

$$w = \frac{1}{\tau}\begin{pmatrix} -\tau,{}_{t_1^{(0)}} & \tau^{(1,-1)} \\ \tau^{(-1,1)} & -\tau,{}_{t_1^{(1)}} \end{pmatrix}$$

及び，$\nu \geq 2$ に対し，

$$P_\nu(-\tilde{\partial}_{t^{(0)}})\,\tau = P_\nu(-\tilde{\partial}_{t^{(1)}})\,\tau = 0$$

$$P_{\nu-1}(-\tilde{\partial}_{t^{(0)}})\,\tau^{(-1,1)} = P_{\nu-1}(-\tilde{\partial}_{t^{(1)}})\,\tau^{(1,1)} = 0$$

なる式が得られるが，一成分BH方程式系 [2]と違って，これだけでは，解を記述するには，不充分である。ここの事情は，一成分 m 切断KP方程式系 [2] の場合と同様であり，佐藤方程式より得られる方程式（丁度，これは，プリュッカー関係式となる。）が必要となる。その方程式は，(2)式と同値であって，$\nu \geq 2$ に対し，

$$P_\nu(-\tilde{\partial}_{t^{(0)}})\,\tau^{(1,-1)} = P_\nu(-\tilde{\partial}_{t^{(1)}})\,\tau^{(-1,1)} = 0$$

である。これらで，ようやくmBH方程式系の解が完全に記述することができて，（予想通り）GM（2,∞）でパラメトライズされていることがわかる。

r 成分KP系に対して，そのm切断をとると，その解空間がGM（rm，∞)となることは容易に想像できる。多成分系の場合，時間が直交しているように見えるので，各時間軸に対し，m 切断を行うことが可能かを検討することが課題である。可能ならば，例えば，BH方程式とkdV方程式をカップルさせた方程式が得られるかもしれない。

参考文献

1) Sato, M. and Sato, Y.: Lect. Notes in Num. Appl. Anal. **5**, (1984) 259.

2) Harada, H.: J. Phys. Soc. Jpn. **54**, (1985) 4507.

3) Harada, H. and Oishi, S.: 準備中

自由端をもつ非線形格子

戸田盛和

無限長あるいは周期的な非線形格子，およびこれらの特殊な場合と考えることもできる両端固定の非線形格子はくわしく調べられているが，自由端をもつ非線形格子はほとんど研究されていない。

著者らが考察したいわゆるchopping現象は自由端をもつ体系の一つの性質である。この場合はある距離以上にはなれると粒子間の相互作用はゼロになるとしたので，この現象は1次元系に凝縮相がないため，粒子がばらばらになって行く過程と考えることができる。

さて，今回は一端が固定され他端が自由な非線形格子を扱う。前回にはその結果だけを報告したが，今回は問題を整理してみたいと思う。

§1　自由端をもつ格子の分配関数

1次元格子で相互作用を $\phi(r)$ とし，左端は固定され，右端は自由であるとする。全粒子数を N，粒子の変位を x_j（$j=1, 2, \cdots, N$）とすれば，全系の位置エネルギーは

$$U=\phi(x_1)+\phi(x_2-x_1)+\cdots+\phi(x_N-x_{N-1})$$

これに関する分配関数を $Q_N(\beta)$ とすれば，